

## Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 3

**Aufgabe 9:** Überprüfen Sie, welche der folgenden Funktionen komplex differenzierbar sind:

- a)  $f(z) = z \exp z$
- b)  $f(z) = \operatorname{Re}(z) \cdot \operatorname{Im}(z)$
- c)  $f(z) = z^2 |z|$
- d)  $f(z) = \frac{\sin z}{|z|^2 + 1}$

**Aufgabe 10:** Zeigen Sie mit Hilfe der Cauchy–Riemannschen Differentialgleichungen: Ist  $f$  holomorph auf  $D$  und gilt eine der folgenden Bedingungen

$$1) \operatorname{Re}(f) = \text{const} \quad 2) \operatorname{Im}(f) = \text{const} \quad 3) |f| = \text{const}$$

dann ist  $f = \text{const}$ .

**Aufgabe 11:** In welche Kurven der  $w$ -Ebene gehen die Koordinatenachsen der  $z$ -Ebene unter der Abbildung  $w = e^z$  über? Überprüfen Sie die Erhaltung des Winkels und der (lokalen) Längenverhältnisse im Nullpunkt.

**Aufgabe 12:** Nichtturbulente Strömung über eine Mauer:

- 1) Man bestätige, dass  $w = \sqrt{z^2 + 1}$  die zwischen  $z = 0$  und  $z = i$  geschlitzte obere Halbebene auf den Bereich  $\operatorname{Im} w > 0$  abbildet.  
(Abbildungsschritte:  $z \rightarrow z^2 \rightarrow z^2 + 1 \rightarrow \sqrt{z^2 + 1}$ )
- 2) Wie ist der Schritt für die Wurzel zu legen?
- 3) Wie lautet die Umkehrabbildung?
- 4) Man gebe eine Parameterdarstellung der Stromlinien  $\operatorname{Im} w = \text{const}$  an.

**Abgabetermin: 15.5.2001**