Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2002**
Prof. Dr. H.J. Oberle
Dr. K. Rothe

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

Man beschreibe die Gestalt der folgenden Teilmengen der komplexen Ebene:

$$\begin{aligned}
M_1 &= \{z \in \mathbb{C} \mid |4z + 3 - i| \leq 5\}, \\
M_2 &= \{z \in \mathbb{C} \mid |\mathrm{Re} z| + |\mathrm{Im} z| \leq 1\}\ , \\
M_3 &= \{z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Im}((1 + 2i)z) = 0\}\ , \\
M_4 &= \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 1| + |z - i| \leq 4\,\}\ , \\
M_5 &= \{z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Re} z + 1 < |z|\}\ , \\
M_6 &= \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 1| = |z - i + 1|\}\ .
\end{aligned}$$

Aufgabe 2:

Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 := -\dfrac{3}{2}i - \dfrac{2-i}{(1+i)^2}$ und $z_2 := -\sqrt{2}(1 + i)$.

a) Man ermittle Real- und Imaginärteil von z_1 und die Polardarstellungen von z_1 und z_2.

b) Man bestimme z_2^4 .

c) Man gebe alle Lösungen der Gleichung $(w - z_2)^4 = 16$ in kartesischen Koordinaten an und skizziere sie in der Gaußschen Zahlenebene.

Aufgabe 3:

a) Man zeige: Die Gleichung eines Kreises mit Mittelpunkt $c \in \mathbb{C}$ und Radius $r \geq 0$ lautet

$$z\bar{z} - c\bar{z} - \bar{c}z + c\bar{c} - r^2 = 0\,.$$

b) Welche Kurve wird folglich durch die Bedingung

$$z\overline{z} - (1+i)\overline{z} - (1-i)z + 1 = 0$$

beschrieben?

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Abbildung $w = f(z) := \dfrac{1}{z}$ mit $z \neq 0$.

a) Man bestimme die Bilder

(i) der Strahlen $\arg(z) = \varphi_0$,

(ii) der Kreise $|z| = r_0$,

(iii) der Kreise $|z - c| = c\,, \quad c > 0$.

b) Man bestimme die Gleichung der Bilder der Geraden $\mathrm{Re}(z) = x_0$ (Zeichnung). Gleiches für $\mathrm{Im}(z) = y_0$.

c) Man zeige: Das Bild eines Kreises, der nicht durch 0 geht, ist ein Kreis. Man bestimme Radius und Mittelpunkt. (Hinweis: Man verwende Aufgabe 3.)

Abgabetermin: 16.4. und 19.4.02