Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2002**
Prof. Dr. H.J. Oberle
Dr. K. Rothe

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Mittels Residuenkalkül berechne man die folgenden Integrale:

a) $\displaystyle\int_0^\pi \frac{d\varphi}{a+\cos\varphi} \quad (a>1)$

b) $\displaystyle\int_0^\pi \frac{\cos 2\varphi}{1-2a\cos\varphi+a^2}\,d\varphi \quad |a|<1$

c) $\displaystyle\int_0^\pi \frac{1}{1+\sin^2\varphi}\,d\varphi$

Hinweis: Man setze $z=e^{i\varphi}$, substituiere $\cos\varphi=\dfrac{1}{2}\left(z+\dfrac{1}{z}\right)$ bzw. $\sin\varphi=\dfrac{1}{2i}\left(z-\dfrac{1}{z}\right)$, und beachte, daß die Integranden gerade Funktionen sind.

Aufgabe 22:

a) Mit Hilfe des Residuensatzes berechne man das Integral

$$\oint_C \frac{ze^{iz}}{z^2+4}\,dz$$

für die geschlossene Kurve $C=C_r+G_r$ mit $R>2$, wobei $C_r(\varphi)=Re^{i\varphi}$, $0\le\varphi\le\pi$ und $G_r(x)=x$, $-R\le x\le R$.

b) Mit Hilfe von Teil a) berechne das reelle Integral $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2+4}\, dx.$

Aufgabe 23:

Man berechne mit Hilfe des Residuenkalküls die Integrale

a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2-6x+12}\, dx,$

b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin \omega x}{x^2+a^2}\, dx, \quad (\omega > 0, a > 0)$ und

c) $\displaystyle\int_{1}^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\, dx\ .$

Aufgabe 24:

a) Man berechne die Fourier-Transformierte für die folgende Funktion:

$$f(t) = \begin{cases} t+1, & -1 \leq t \leq 1 \\ 2, & 1 < t \leq 2 \\ 0. & \text{sonst.} \end{cases}$$

b) Mit Hilfe des Umkehrsatzes für die Fourier-Transformierte berechne man $(a > 0)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(sa)\cos(sx)}{s} ds \quad \text{(Cauchyscher Hauptwert).}$$

Abgabetermin: 2.7. und 5.7.02