Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2003**
Prof. Dr. J. Stuckmeier
Dr. P. Kiani

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 1:

Geben Sie eine Funktionsvorschrift an, die den Keil $-\frac{\pi}{3} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{3}$ so auf den Parallelstreifen $-c \leq \operatorname{Im} z \leq c$ abbildet, dass die Symmetrie bezüglich der reellen Achse erhalten bleibt und der Punkt $z = 1$ in $w = 1$ übergeht. Zeichnen Sie die Bilder der Strahlen $\arg z = +\frac{\pi}{3c}, -\frac{\pi}{3c}, +\frac{\pi}{6c}, -\frac{\pi}{6c}$ und die Bilder der Kreisabschnitte mit $|z| = e^{\frac{\pi}{3c}}, e^{\frac{\pi}{6c}}$.

Aufgabe 2:

Die zwischen $z = 0$ und $z = 2i$ geschlitzte obere z-Halbebene soll durch einen geeigneten Zweig der Funktion $\sqrt{z^2 + 4}$ auf den Bereich $\operatorname{Im}(w) > 0$ abgebildet werden.

a) Wie ist der Schnitt für die Wurzel zu legen?

b) Wie lautet die Umkehrabbildung?

c) Welches Urbild besitzt der Strahl $w = iy,\ y \in (0, \infty)$?

Aufgabe 3:

Überprüfen Sie folgende Aussagen auf ihre Korrektheit und Modifizieren Sie diese gegebenenfalls so, dass sie korrekt werden.

a) Wie im $\mathbb{R}^2$ gibt es auch in $\mathbb{C}$ zu je zwei Parallelogrammen P_1 und P_2 eine affin–lineare Abbildung, die P_1 in P_2 überführt.

b) Für beliebige von Null verschiedene komplexe Zahlen a, b gilt:

$$\operatorname{Log} a + \operatorname{Log} b = \operatorname{Log}(ab).$$

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Funktion $f : z \to z^{2i}$ (Hauptwert) und der Kreisringsektor:

$$z = re^{i\phi}\,; \quad \phi \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right],\ r \in \left[e^{-\frac{\pi}{2}}, 1\right].$$

Welches sind die Bilder

a) der Strahlabschnitte $z = re^{i\phi_0}$, ϕ_0 fest,

b) der Kreisabschnitte $z = r_0 e^{i\phi}$, r_0 fest,

c) des ganzen Sektors,

d) der vier Eckpunkte des Sektors?

Skizzieren Sie jeweils Bild– und Urbildbereiche.

Abgabetermin: 29.4.03