

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Präsenzblatt 0

Aufgabe A:

Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_1 = 2 + 3i$ und $z_2 = -4 + 5i$. Man berechne in kartesischer Darstellung

a) $z_1 + z_2$, $|z_1 + z_2|$, $2z_1 - 3iz_2$, $2\bar{z}_1 - 3i\bar{z}_2$,

b) $z_1 \cdot z_2$, $\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$, $z_1^2 \cdot z_2^3$, $\operatorname{Re}(z_1^2) \cdot \operatorname{Im}(z_2^3)$,

c) $\frac{z_1}{z_2}$, $\frac{\operatorname{Im}(z_1)}{\operatorname{Re}(z_2)}$.

Aufgabe B:

Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_1 = 1 + i$, $z_2 = -1 + i$, $z_3 = -1 - i$ und $z_4 = 1 - i$.

a) Man gebe z_1, \dots, z_4 in Polarkoordinaten an.

b) Man berechne z_1^9 und $\frac{z_1^2 z_2}{z_3 \bar{z}_4}$.

c) Man stelle $\frac{z_2}{e^{i\pi/12}}$ in kartesischen Koordinaten dar.

Aufgabe C:

Man berechne alle Lösungen von $z^4 + 4 = 0$ in kartesischen Koordinaten.

Aufgabe D:

- a) Gegeben sei das Polynom $p(z) := a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0$ mit $z \in \mathbb{C}$ und $a_0, \dots, a_n \in \mathbb{R}$.

Man zeige: Wenn $z_0 \in \mathbb{C}$ Nullstelle von p ist, dann ist auch \bar{z}_0 Nullstelle von p .

- b) Man zeige: Der Kreis $|z - z_0| = r$ in der komplexen Ebene, besitzt auch die alternative Darstellung

$$z\bar{z} - z\bar{w} - \bar{z}w + \bar{w}w = c.$$

Für den Kreis $z\bar{z} + iz - i\bar{z} = 3$ bestimme man Mittelpunkt und Radius.

Bearbeitungstermin: 4.4.2006