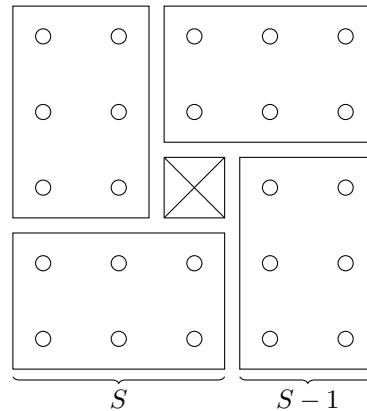


1 Legefigur

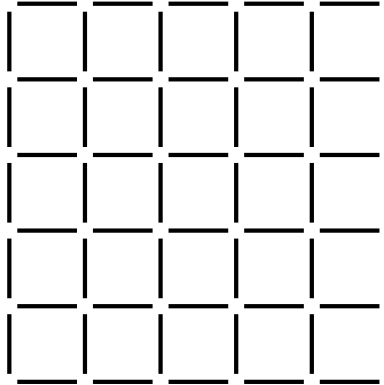


Katrin und Fritz, zwei muntere und an Mathematik interessierte Zwillinge der 6. Klasse, sind für einen längeren Ferienbesuch bei ihren Großeltern auf dem Lande. Auch dort auf kleine Abenteuer aus, durchstöbern sie die alten Gebäude des kleinen Gutes und machen dabei eine wundersame Entdeckung. Hoch oben in einer Dachkammer gibt es Bücher über Bücher, aber nicht die heutigen im Kunststoffeinband, sondern verstaubte alte, bei denen manche Seite fehlt oder beschmiert ist. Und siehe da, es ist auch Mathematisches zu finden, nämlich auf einem eingelegten Blatt die obige Skizze, welche mit „griechische Legefiguren“ überschrieben ist. Aufgeregt laufen sie zu ihrem Opa, der gerade zusammen mit seinem Freund eine Schachpartie analysiert. Dieser will sich einerseits dabei nicht groß stören lassen, andererseits jedoch auch etwas für seine Enkelkinder tun. Deshalb erklärt er, dass die Skizze von seinem eigenen Opa stammt und dass sie aufzeigt, wie die alten Griechen vor mehr als 2000 Jahren den folgenden Satz bewiesen hätten:

Ist Z eine ungerade Zahl, so ist $Z \cdot Z - 1$ ein Vielfaches von 8.

Er wirft seinen Enkeln noch einige Beispiele zu – nämlich $Z = 3$, $Z \cdot Z - 1 = 8$, und $Z = 5$, $Z \cdot Z - 1 = 24$ und schließlich $Z = 23$, $Z \cdot Z - 1 = 528$ – erklärt, dass die Griechen als Heteromeke ein Rechteck bezeichneten, bei dem eine der Seiten um genau 1 länger ist als die andere, und lässt sie dann allein mit der Aufgabe zu zeigen, dass dieser Satz wirklich für alle ungeraden Z gilt, also auch zum Beispiel für 1001, 21099 und 987654321. Deine Aufgabe besteht darin, den beiden Zwillingen zu helfen und den geforderten Nachweis so gut aufzuschreiben, dass der offensichtlich auch mathematisch recht bewanderte Opa sofort und gut versteht, dass auch du weißt, wie die alten Griechen den Satz bewiesen hätten.

2 Streichholz-Quadrat



$$l = 5$$

Da Katrin und Fritz den Beweis bald gefunden hatten, war ihre mathematische Abenteuerlust so angeregt, dass sie von ihrem Opa eine weitere Aufgabe haben wollten. Und dieser war davon so angetan, dass ihm schnell etwas Passendes einfiel, ohne dass er dafür in die Dachkammer kraxeln musste: Zu zeigen ist, dass für alle aus Streichhölzern gelegte quadratische Kästchenfiguren (der obigen Art) die Zahl der benötigten Streichhölzer ein Vielfaches von 4 ist. Und diese Aufgabe ist auch eine schöne Aufgabe für dich, wobei es uns wieder vor allem wichtig ist, dass du deine Lösung gut aufschreibst.