

## M Mittelstufe

**Aufgabe 1** (3 P.). Zwanzig Kinder stehen im Kreis (sowohl Jungen als auch Mädchen sind anwesend). Von jedem Jungen hat sein(e) Nachbar(in) im Uhrzeigersinn ein blaues T-Shirt an und von jedem Mädchen hat ihr(e) Nachbar(in) gegen den Uhrzeigersinn ein rotes T-Shirt an. Ist es möglich, die genaue Anzahl an Jungen im Kreis zu ermitteln?

**Aufgabe 2** (4 P.). Im spitzwinkligen Dreieck  $\triangle ABC$  sei  $\angle ACB = 60^\circ$  und  $H$  sei der Schnittpunkt seiner Höhen. Der Kreis um  $H$  mit Radius  $|HC|$  treffe die Geraden  $CA$  und  $CB$  jeweils zum zweiten Mal in  $M$  bzw.  $N$ . Beweise, dass  $AN$  und  $BM$  parallel sind oder zusammenfallen.

**Aufgabe 3** (5 P.). Ist es möglich, dass sowohl die Summe als auch das Produkt von 2016 ganzen Zahlen jeweils gleich 2016 sind? (Die Zahlen müssen nicht notwendigerweise verschieden sein.)

**Aufgabe 4** (5 P.). In einem  $10 \times 10$ -Quadrat sind die Zellen des  $5 \times 5$ -Quadrats oben-links schwarz und alle restlichen weiß. Welches ist das maximale  $n$ , so dass das ursprüngliche Quadrat (entlang der Ränder der Zellen) in  $n$  Polygone zerlegt werden kann, in denen jeweils die Anzahl an weißen Zellen dreimal so groß ist wie die Anzahl an schwarzen Zellen? (Die Polygone müssen nicht notwendig kongruent oder auch nur flächengleich sein.)

**Aufgabe 5** (5 P.). In ein blaues Dreieck seien eine Seitenhalbierende, eine Winkelhalbierende und eine Höhe in rot eingezeichnet (nicht notwendigerweise von drei verschiedenen Ecken). Dadurch zerfällt das Dreieck in mehrere Teile. Ist es möglich, dass eins dieser Teile ein gleichseitiges Dreieck mit roten Seiten ist?

---

Alle Aussagen sind zu begründen! Bitte eine lesbare Reinschrift anfertigen! An Hilfsmitteln sind nur das ausgegebene Papier, Schreibgerät, Zirkel und Lineal zugelassen. Auf jedem Blatt sind der Name, Vorname und die Nummer der Aufgabe einzutragen. Gewertet werden höchstens drei Aufgaben.

Zeit: 5 Stunden.

Viel Erfolg!

